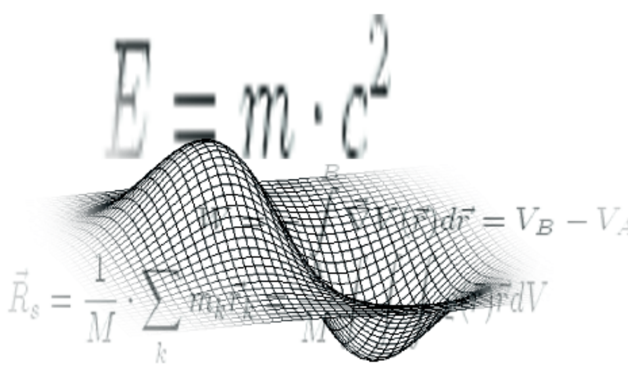
Zusammenfassung der Vorlesung

PHYSIK FÜR INFORMATIKER
Universität Karlsruhe (TH)

Prof. Dr. M. Feindt

gesetzt mit LaTeX von
Martin Röhricht

Version 0.4 [20.11.2001]



VORWORT

Diese Zusammenfassung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Korrektheit. Sie entstand basierend auf der Vorlesung von Prof. Dr. Michael Feindt im SS 2000 und WS 2000/01.

Es handelt sich hier nur um eine grundlegende Zusammenfassung. Diese wird in keinem Fall den Besuch der Vorlesung ersetzen. Es ist ebenso keine Vollständigkeit der Thematiken vorausgesetzt, so dass sich der gesamte Stoff nicht aus diesem Skript ableiten lässt.

Kommentare, Fehler und Vorschläge bitte an martin@roehricht.info. Bei Fehlern bitte *nicht* die Seitenzahl sondern die Nummer des Satzes, der Abbildung etc. angeben. Danke.

Karlsruhe im Oktober 2001

Inhaltsverzeichnis

1 Mechanik **5**
- 1.1 Kinematik I 5
- 1.2 Kinematik II 6
- 1.3 Komplexe Zahlen 6

2 Exponentialfunktionen **8**

3 Dynamik **9**
- 3.1 Newton'sche Axiome 9
- 3.2 Kräfte 10
- 3.3 Impulserhaltung 10
- 3.4 Arbeit und Energie 10
- 3.5 kinetische Energie 11
- 3.6 Translation - Rotation 12
- 3.7 Gravitation 13

4 Elektrizität und Magnetismus **15**
- 4.1 Elektrostatik 15
- 4.2 Gauß'scher Satz 16
- 4.3 Gleichstromkreis 18
- 4.4 Lorentzkraft 20
- 4.5 Wechselstromkreis 23
- 4.6 Gedämpfte Schwingungen 26
- 4.7 Erzwungene Schwingungen 26
- 4.8 Überlagerung von Schwingungen 27

5 Thermodynamik **29**
- 5.1 Kinetische Gastheorie 29
- 5.2 Statistische Verteilung: 30
- 5.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik 31
- 5.4 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik: 32
- 5.5 Dritter Hauptsatz der Thermodynamik: 33

Kapitel 1

Mechanik

1.1 Kinematik I

MKSA- oder SI-Einheiten:

Länge 1m (Meter) 45 Größenordnungen:
10^{-19} m obere Grenze ØElektron ... 10^{26}m Größe des Universums

Zeit 1s (Sekunde) 41 Größenordnungen:
10^{-24} s Licht durchquert Kern ... $3 \cdot 10^{17}$s Alter des Universums

Masse 1kg (Kilogramm) 81 Größenordnungen:
10^{-31} kg Masse des Elektrons ... 10^{50}kg Masse des Universums

Stromstärke 1A (Ampere) $= 1C/s$

Temperatur 1K (Kelvin) $= 1°C - 273°C$

Alle anderen Einheiten werden von diesen abgeleitet.

Bahnkurve: $\vec{r}(t) = Ortsvektor = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ t = Zeit

Geschwindigkeit: $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t) = \dot{\vec{r}} = Vektor = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$

= Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit

$\vec{v}$ liegt tangential zur Bahnkurve.

gleichförmige Bewegung: $\vec{v}(t) = const = \vec{v_0}$ mit $\dot{\vec{r}} = v_0$
$\Rightarrow$ Integration bringt $\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0} \cdot t$ affin linear

typische Geschwindigkeiten:
$5 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s}$ Elektronen im Metall
bis $3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$ Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
(= höchste Geschwindigkeit, mit der sich physikalische Wirkungen ausbreiten können.)

Beschleunigung: $\vec{a}(t) = const = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$
= Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit
= 2. Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit
freier Fall (Erbeschleunigung): $9,81 \frac{m}{s^2}$
Elektron in Vakuumröhre: $\approx 10^{15} \frac{m}{s^2}$

1.2 Kinematik II

gleichförmig beschleunigte Bewegung: $\vec{a}(t) = const = \vec{a_0} = \ddot{\vec{r}}$

2malige Integration: 1) $\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \vec{a}t$
2) $\vec{r}(t) = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{\vec{a_0}}{2}t^2$

Jedes $\vec{a}$ kann in $\vec{a_\parallel}$ parallel zu $\vec{v}$ und $\vec{a_\perp}$ senkrecht zu $\vec{v}$ zerlegt werden.
$\vec{a_\parallel}$ ändert Betrag von $\vec{v}$; $\vec{a_\perp}$ die Richtung.

Kreisbewegung: $\vec{a_\parallel} = 0$, $\vec{a_\perp} = const$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} r\cos\phi(t) \\ r\sin\phi(t) \end{pmatrix} \qquad \phi(t) = \text{Azimuthwinkel} = \arctan\frac{I}{x}$$

$\phi = 2\pi \Rightarrow$ volle Umdrehung ($= 360°$)

Winkelgeschwindigkeit: $\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$ Einheit: $[\frac{1}{s}]$

($\equiv$ Kreisfrequenz) $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\text{volle Umdrehung}}{\text{Periodendauer}}$

Geschwindigkeit bei Kreisbewegung: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
d.h. ω wird zu Vektor $\vec{\omega}$ mit $|\vec{\omega}| = \omega$ und Richtung senkrecht zur Kreisebene (axialer Vektor):
$\vec{\omega}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$ bilden Rechtssystem
$\vec{\omega} \perp \vec{r} \perp \vec{v}$

Radialbeschleunigung bei Kreisbewegungen: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$

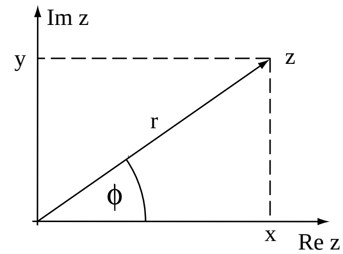
$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r}$ — Richtung von $\vec{a}$ ist radial, zum Zentrum hin.
Komplexe Darstellung von Kreisbewegungen:
$\exp(id) = e^{id} = \cos\alpha + i\sin\alpha$; $\qquad i = \sqrt{-1}$
$z(t) = x(t) + iy(t) = r \cdot e^{i\phi(t)}$ $\qquad x(t) = Rez(t) = r\cos\phi(t)$
$|z(t)| = \sqrt{z^*(t)z(t)} = r$ $\qquad y(t) = Imz(t) = r\sin\phi(t)$

1.3 Komplexe Zahlen

Erweitere Zahlraum so, dass auch $x^2 = -1$ eine Lösung hat. Def.: imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$. Jede komplexe Zahl $z \in \mathbb{C}$ besitzt einen Realteil x und einen Imaginärteil y: $(x, y \in \mathbb{R})$

$$z = x + i \cdot y$$

Darstellung in Gauss'scher Zahlenebene:



$$x = r \cdot \cos\phi = Rez$$
$$y = r \cdot \sin\phi = Imz$$

$r =$ Betrag von z $= \sqrt{x^2 + y^2}$
$\phi = \arg z =$ Phase von z
Satz von de Moivre:

$$\begin{aligned} z &= r \cdot e^{i\phi} && \text{(Polarkoordinatendarstellung)} \\ &= r \cdot (\cos\phi + i\sin\phi) = x + iy \end{aligned}$$

Addition: $z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2)$
$= (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

Multiplikation: $z_1 \cdot z_2 = (x_1 + iy_1) \cdot (x_2 + iy_2)$
$= (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + y_1x_2)$

oder: $z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i\phi_1} \cdot r_2 e^{i\phi_2}$
$= \underbrace{r_1 \cdot r_2}_{(1)} \cdot \underbrace{e^{i(\phi_1+\phi_2)}}_{(2)}$

Betrag = (1) Produkt der Beträge Phase = (2) Summe der Phasen

komplex konjugiert:

$$z^* = x - iy \qquad r^2 = z^* \cdot z$$
$$(x - iy) \cdot (x + iy) = x^2 + y^2 = r^2$$

Kapitel 2

Exponentialfunktionen

einfache Ableitung:

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot e^x = e^x$$

deshalb Lösung von vielen einfachen Differentialgleichungen

Differentialgleichung 1.Ordnung

$$\tfrac{d}{dt} \cdot \underbrace{e^{\beta t}}_{f} = \beta \cdot \underbrace{e^{\beta t}}_{f} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \dot{f} = \beta \cdot f & \text{DGL} \\ f = e^{\beta t} & \text{Lösung} \end{array}$$

exponentieller Anstieg / Abfall immer dann, wenn es einen Zusammenhang zwischen f und $\dot{f}$ gibt

Differentialgleichung 2.Ordnung

$$\tfrac{d}{dt} \cdot e^{i\omega t} = i\omega \cdot e^{i\omega t}$$
$$\dot{f} = i\omega f$$

aber:

$$\tfrac{d^2}{dt^2} \cdot \underbrace{e^{i\omega t}}_{f} = -\omega^2 \underbrace{e^{i\omega t}}_{f} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \ddot{f} = -\omega^2 \cdot f & \text{DGL} \\ f = e^{i\omega t} & \text{Lösung} \end{array}$$

Schwingungen immer dann, wenn es einen Zusammehang zwischen f und $\ddot{f}$ gibt.

Wellengleichung

Zusammenhang zwischen 2. räumlicher und 2. zeitlicher Ableitung:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A = 0$$

im Raum:

$$\triangle A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A = 0$$

oder:

$\Box A = 0$ (Quabla A gleich 0)

Kapitel 3

Dynamik

Definition **Impuls**:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \text{ Einheit } 1kg \cdot m/s$$

3.1 Newton'sche Axiome

(1) Trägheitsprinzip: $\vec{p} = const.$ wenn keine Kraft wirkt ($\vec{F} = 0$)

(2) Aktionsprinzip: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$ Änderung des Impulses = Kraft

(3) Reaktionsprinzip: Wirkt A auf B mit $\vec{F}$, dann wirkt auch B auf A mit $-\vec{F}$

(4) Kräfte addieren sich nach Parallelogrammgesetz (Vektor!). Axiom 2 ist Grundgesetz der Mechanik: bei konstanter Masse gilt:

$$\vec{F}(\vec{r}) = m \cdot \vec{a} (= m \cdot \ddot{\vec{r}}) \text{ (DGL 2. Ordnung)}$$

Anwendung: Masse im konstanten Schwerefeld (Erdoberfläche)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \; ; \; \vec{F} = m \cdot \vec{g} \; ; \; \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} \; ; \; g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

DGLs:

$$\ddot{y} = -g$$
$$\ddot{x} = 0$$

Lösungen:

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$
$$x(t) = x_0 + v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$y(x) =$ Wurf-Parabel

3.2 Kräfte

a) Fundamentale Kräfte:

(1) *Kernkräfte* (starke Wechselwirkung), kurzreichweitig $10^{-15}m$, hält Quarks in Nukleonen und (als Residual-WW) Protonen und Neutronen im Kern.

(2) *Coulombkräfte* (elektromagnetische Wechselwirkung), langreichweitig (Atome)

$$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{u}_r$$

Ladungen q_1, q_2 positiv oder negativ.

(3) *Schwache Wechselwirkung* (Radioaktivität, β-Zerfall, $W^{\pm}$, Z-Bosonen), sehr kurzreichweitig; viel schwächer als (1) und (2).

(4) *Gravitation* (Anziehung von Massen), langreichweitig. Newton'sches Gesetz:

$$\vec{F}_G = -\gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_r$$

b) Empirische Kräfte:

z.B. Federkraft: Hooke'sches Gesetz $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$ (e.m. Ursprung). Reibungskräfte bei Berührung von Körpern (Umwandlung von mechanischer Energie in Wärmeenergie): $\vec{F} = -\mu \cdot |\vec{F}_N| \cdot \vec{u}_v$

$\mu_{Haft} \approx 0.6 \qquad \mu_{Gleit} \approx 0.4 \qquad \mu_{Roll} \approx 0.02$

3.3 Impulserhaltung

$\vec{F} = \dot{\vec{p}} \Leftrightarrow$ wenn keine äußeren Kräfte wirken, ist $\vec{p}$ zeitlich konstant.
$m = const. \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
allgemein:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m \cdot \vec{a} + \frac{dm}{dt} \cdot \vec{v} \text{ (Produktregel)}$$

Kraft = Masse $\times$ Beschleunigung + Massenänderung $\cdot$ Geschwindigkeit
2. Term verantwortlich für Raketenantrieb.
Raketengleichung:

$$v = v_{Treibstoff} \cdot \ln\left(\frac{M_A}{M_E}\right)$$

hohe Treibstoffemissionsgeschwindigkeit ist wichtig!
Massenänderung $M_A - M_E$ notwendig, aber nur logarithmisch.

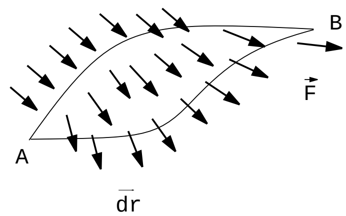
3.4 Arbeit und Energie

Wirkung einer Kraft $\vec{F} \Rightarrow$ Verschieben eines Körpers entlang eines Weges $\vec{s}$:
Def. Arbeit

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \text{ (Skalarprodukt)}$$

$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos\alpha$; skalare Grösse $[W] = Nm = J$
Kraftfeld: jedem Ortsvektor $\vec{r}$ ist ein Kraftvektor $\vec{F}(\vec{r})$ zugeordnet. Allgemein ist die Arbeit das Kurvenintegral

$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r}$$



i.a. hängt W vom gewählten Weg ab. Wenn nicht, heißt das Kraftfeld *konservativ*. Es lässt sich dann als Ableitung eines skalaren *Potentials* $v(\vec{r})$ schreiben:

$$\vec{F} = -gradV = -\vec{\nabla}V \text{ Nabla V} \qquad = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$W = -\int_A^B \vec{\nabla}V(\vec{r})d\vec{r} = V_B - V_A$$

Linien oder Flächen mit gleichem Potential heissen *Äquipotentialflächen* (Höhenlinien). Die Kraftvektoren stehen immer senkrecht zu den Äquipotentialflächen und zeigen in Richtung der stärksten Änderung des Potentials. Beispiel für Äquipotentialflächen: Isobaren, Höhenlinien, Flächen gleicher elektrischer Spannung.

3.5 kinetische Energie

$$W = \int_{x_A}^{x_B} \underbrace{F(x)\dot{x}}_{m\cdot\ddot{x}\cdot\dot{x}} dt = \frac{m}{2}v_B^2 - \frac{m}{2}v_A^2$$

$$m \cdot \ddot{x} \cdot \dot{x} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}v^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}\dot{x}^2\right) = \frac{m}{2} \cdot 2\dot{x} \cdot \ddot{x} = m\dot{x}\ddot{x}$$

Arbeit aus Potential $W = V_A - V_B \equiv$ Arbeit aus Geschwindigkeit

$$\Rightarrow \underbrace{V_A}_{(1)} + \frac{m}{2}v_A^2 = V_B + \underbrace{\frac{m}{2}v_B^2}_{(2)} = \text{ konstante Gesamtenergie}$$

(1) potentielle Energie E_{pot} (2) kinetische Energie E_{kin}

Energie ist die gespeicherte Fähigkeit, Arbeit zu verrichten. Elektrische-, magnetische-, Gravitations-, Kernenrgie; Wärmeenergie.

Leistung: $P = \frac{dW}{dt}$ Arbeit pro Zeit; Einheit 1 Watt $= 1W = 1\frac{Nm}{s}$

Drehimpuls: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ steht senkrecht auf Kreisbewegung
$\vec{L} = m \cdot r^2 \cdot \vec{\omega}$ in abgeschlossenen Systemen erhalten

Drehmoment: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ (Kraft $\times$ Hebelarm)
Analog zu $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$ gilt $\vec{M} = \dot{\vec{L}}$
Insgesamt sieben *Erhaltungsgrößen*, sehr wichtig!
Energie E (Skalar), Impuls $\vec{p}$ (Vektor, 3 Komponenten p_x, p_y, p_z) und Drehimpuls $\vec{L}$ (Vektor, 3 Komponenten L_x, L_y, L_z)

starrer Körper: *Freiheitsgrade* $\equiv$ Anzahl der unabhängigen Koordinaten zur eindeutigen Bestimmung der Lage eines Systems.
N Massenpunkte: $3 \cdot N$ Freiheitsgrade. $1mol :\approx 3 \cdot 10^{23}$!
Def. starrer Körper: relative Lage aller Atome konstant $\Rightarrow$ 6 Freiheitsgrade; 3 Translations- (Schwerpunktkoordinaten) und 3 Rotationsfreiheitsgrade (3 Winkel)
Ortsvektor des Schwerpunktes:

$$\vec{R}_s = \frac{1}{M} \cdot \sum_k m_k \vec{r}_k = \frac{1}{M} \int \int \int \varrho(\vec{r}) \vec{r} dV$$

Dabei ist $\varrho(\vec{r})$ die (kontinuierliche) Dichte

$$\varrho(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} = \frac{dM}{dV}$$

mit $M = \int \int_V \int \varrho(\vec{r}) dV$ und die Volumenintegrale erstrecken sich über den ganzen starren Körper.
$dV = dx \cdot dy \cdot dz$ in kartesischen Koordinaten.

3.6 Translation - Rotation

Ortskoordinate $\vec{r}$	Winkel ϕ
Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \dot{\vec{\phi}}$
Beschleunigung $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$	Winkelbeschleunigung $\dot{\vec{\omega}}$
Masse m	Trägheitsmoment J
Kraft $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$	Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \dot{\vec{L}}$
Impuls $\vec{p}$	Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$	kin. Energie $\frac{J}{2} \omega^2$

Trägheitsmoment: $J = \int \int_V \int r^2 dm$
$r =$ Abstand von Drehachse; $dm = \varrho dV$; $\varrho =$ Dichte.

Volumenelement: kartesische Koordinaten: $dV = dx \cdot dy \cdot dz$
Kugelkoordinaten:

$$dV = r^2 dr \cdot d\cos\theta \cdot d\varphi$$

Zylinderkoordinaten:

$$dV = r dr \cdot dh \cdot d\varphi$$

Vollkugel:

$$J = \frac{2}{5} m r^2$$

Kugelschale:

$$J = \frac{2}{3} m r^2$$

Steinerscher Satz:

$$J_A = J_S + m d^2$$

$J_S \widehat{=}$ Achse durch Schwerpunkt
$J_A \widehat{=}$ Achse vom Schwerpunkt entfernt: d

Scheinkräfte in rotierenden Bezugssystemen
Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_{Zf} = m\omega^2\vec{r}$$

($= -\vec{F}_{Zp}$, Zentripetalkraft)
Corioliskraft

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

spielt nur bei bewegten Körpern eine Rolle $\Rightarrow$ Jeder Körper auf der Nordhalbkugel der Erde wird nach rechts abgelenkt (Foucoultsches Pendel).
Gezeiten entstehen durch Kombination von Gravitation und Zentrifugalkraft des Systems Erde - Mond.

3.7 Gravitation

Keplersche Gesetze (1571 - 1630)

1) Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in derem einen Brennpunkt die Sonne steht.
2) Die Verbindungsgerade zwischen Sonne nud Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
3) Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der grossen Halbachsen der Ellipsen.

Zentripetalkraft:

$$\vec{F}_{Zp} = -\frac{mv^2}{r}\vec{u}_r = -m\omega^2\vec{r}$$

wird durch Gravitationskraft $\vec{G}$ hervorgerufen:

$$\vec{G} = -\gamma\frac{mM}{r^2}\vec{u}_r$$

$\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ Gravitationskonstante

Gravitationsfeldstärke $\vec{g}(\vec{r}) = -\gamma\frac{mM}{r^2}$; $\vec{G}(\vec{r}) = \vec{g}(\vec{r}) \cdot m$

lokal nahe Erdoberfläche:

$$\vec{g}(\vec{r}) \approx \vec{g}(R_{Erde}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -9,81\frac{m}{s^2} \end{pmatrix}$$

Gravitationspotential $\phi(\vec{r})$ durch $\vec{g}(\vec{r}) = -grad\phi(\vec{r})$ definiert, potentielle Energie eines Körpers m im Potential: $E_{pot}(\vec{r}) = m \cdot \phi(\vec{r})$

erste kosmische Geschwindigkeit: $\vec{v}$ eines erdnahen Satelliten, damit er in konstanter Höhe fliegt:

$$\vec{F}_{Zp} = \vec{F}_{Grav} \Rightarrow \gamma\frac{m_S M_E}{(R_E+h)^2} = \frac{m_S v_S^2}{(R_E+h)} \text{ für } h \to 0$$

$$v_S = v_1 = \sqrt{\gamma\frac{M_E}{R_E}} = 7,9\frac{km}{s}$$

zweite kosmische Geschwindigkeit: Geschwindigkeit eines Satelliten, der die Erdanziehung überwinden will.

Energiebetrachtung:

$$E_{kin} + E_{pot} = E_{ges} = const.$$

$$m_S \frac{v_S^2}{2} - \gamma \frac{m_S M_E}{R_E} = E$$

$$v_S = v_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M_E}{R_E}} = 11,2 \frac{km}{s} = \sqrt{2} \cdot v_1$$

Bahnkurven im Gravitationsfeld sind Kugelschnitte:

$v = v_1$:	Kreis
$v = v_2$:	Parabel
$v_1 < v < v_2$:	Ellipsen
$v > v_2$:	Hyperbeln

Kapitel 4

Elektrizität und Magnetismus

4.1 Elektrostatik

el. Ladung: positiv und negativ, Vielfache der Elementarladung e: $e = 1.6022 \cdot 10^{-19} C$; $Q(p) = -Q(e) = e$; Quarks: $Q(u) = \frac{2}{3}e$ $Q(d) = -\frac{1}{3}e$

Coulomb-Gesetz: Kraft zwischen zwei Ladungen

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{r}_0$$

$\varepsilon_0 =$ *Dielekrizitätskonstante* des Vakuums mit $\varepsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} \frac{(As)^2}{Nm^2}$
$\varepsilon_r =$ relative Dielektrizitätskonstante, $\varepsilon_r(\text{Vakuum}) = 1$, $\varepsilon_r(H_2O) = 81$, $\varepsilon_r(\text{Keramik}) = 10 - 10000$
$\varrho_{el} = \lim\limits_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV}$ elektrische *Ladungsdichte*; $Q = \int\limits_V \varrho_{el} dV$

elektrische Feldstärke $\vec{E}$ definiert durch Wirkung auf Probeladung Q: $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$
$\vec{E}$ ist konservatives Vektorfeld $\Rightarrow$ es gibt ein *Potential* U mit $\vec{E} = -gradU = \vec{\nabla}U$ bzw. $U = U_0 - \int\limits_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E} d\vec{r}$

elektrische Spannung V ist die Potentialdifferenz zwischen 2 Punkten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_0$.
Potentielle Energie einer Ladung q im Potential U:

$$\Delta E_{pot} = q \cdot U(\vec{r_1}) - q \cdot U(\vec{r_0}) = q \cdot V$$

gebräuchliche Energieeinheit in Atom- und Kernphysik: 1 *Elektronenvolt* $= 1eV =$ Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Spannung von $1V$ aufnimmt.

elektrischer Fluss: Oberflächenintegral von $\vec{E}$ auf Fläche $d\vec{A}$:

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

führt zu Gauß'schem Satz.

Dielektrische Verschiebung

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$$

(trivial im Vakuum, aber nicht in Materie)

4.2 Gauß'scher Satz

3. *Maxwell'sche Gleichung* = Feldgleichung der Elektrostatik

Integralform:

$$\phi = \oint_A \vec{D} d\vec{A} = \iint_V \int \varrho dV = \sum_i Q_i$$

Der Fluß der dielektrischen Verschiebung $\vec{D}$ durch eine geschlossene Oberfläche ist gleich der Summe der eingeschlossenen Ladungen.

Differentialform:

$$div\vec{D} = \varrho$$

Elektrische Ladungen sind die Quellen der dielektrischen Verschiebung $\vec{D}$.

Potentialgleichung: Wegen $\vec{E} = -gradU$ ($= \frac{U}{d}$ im homogenen Feld, $\vec{E}$ senkrecht zur Fläche) folgt:

$$\Delta U(\vec{r}) = -\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \varrho(\vec{r})$$

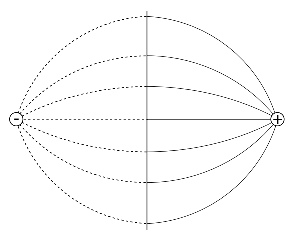
Im Vakuum ($\varrho = 0$): $\Delta U = 0$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Laplace-Gleichung

Leiter: innerhalb: $\vec{E} = 0$; $U = const.$; Oberfläche: $\vec{E} \| \vec{A}$

Bildkraft zwischen Ladung und neutraler Leiterplatte:



anziehende Kraft:

$$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \cdot \frac{Q^2}{4d^2}$$

Kapazität: $C = \frac{Q}{U}$ Einheit: 1 Farad = $1F = 1\frac{C}{V}$

hängt von Geometrie und umgebendem Material ab:

- Kugelkondensator:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

r_1 = innerer Radius; r_2 = äußerer Radius

- Plattenkondensator:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$A =$ Fläche; $d =$ Abstand
Herleitung aus Gauß'schem Satz:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

- Parallelschaltung:

$$C = C_1 + C_2$$

- Reihenschaltung:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- Energie im Kondensator:

$$W = \int U \, dQ = \int \frac{Q}{C} \, dQ = \frac{1}{2C} Q^2 = \frac{1}{2} C U^2$$

- Energiedichte:

$$W_{el} = \frac{E_{pot}}{V} = \frac{1}{2} D \cdot E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2$$

Dielektrika im Kondensator: Polarisation, bildet Oberflächenladung, verringert effektiv sichtbare Ladung und Feld:

$$\vec{P} = \chi \cdot \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\chi =$ el. Suszeptibilität

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} \Rightarrow \varepsilon_r = 1 + \chi$$

Grenzbedingungen zwischen Dielektrika:

$$D_{1\perp} = D_{2\perp} \qquad\qquad E_{1\|} = E_{2\|}$$

Gleichstrom:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Einheit: Ampère

Ohm'sches Gesetz:

$$I = \frac{U}{R}$$

$R = \varrho \cdot \frac{l}{A} =$ Widerstand, Einheit: $\Omega = \frac{V}{A}$.
Spezifischer Widerstand:

$$\varrho(Cu) = 1.7 \cdot 10^{-6} \Omega cm \qquad \text{Kupfer}$$
$$\varrho(Gummi) \approx 10^{15} \Omega cm \qquad \text{Hartgummi}$$

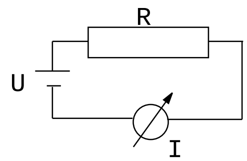
4.3 Gleichstromkreis

Leistung:

$$P = U \cdot I$$

Arbeit:

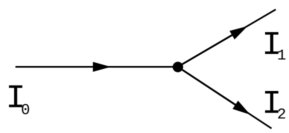
$$W = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$



$$I = \frac{U}{R}$$

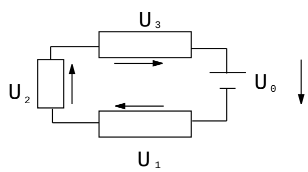
Kirchhoff'schen Gesetze des verzweigten Stromkreises:

1) $\sum I = 0$ am Knoten:



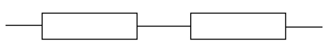
$$I_0 = I_1 + I_2$$

2) $\sum U = 0$ um Masche:



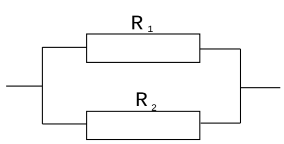
$$U_0 + U_1 + U_2 + U_3 = 0$$

Reihenschaltung
von Widerständen



$$R = R_1 + R_2$$

Parallelschaltung
von Widerständen

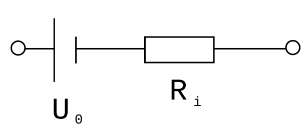


$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Strommeßgerät: Drehspulinstrument, kleiner Innenwiderstand; in den Stromkreis geschaltet

Spannungsmeßgerät: Drehspulinstrument, großer Innenwiderstand; parallel zu Lastwiderstand geschaltet.

Innenwiderstand von Spannungsquellen: Ersatzschaltbild

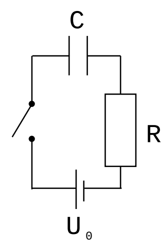


Klemmspannung

$$U_K = U_0 \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

$R_a =$ äußerer Lastwiderstand; $R_a \gg R_i \Rightarrow U_K = U_0$

RC-Glied: Laden / Entladen eines Kondensators



Spannungsbilanz:

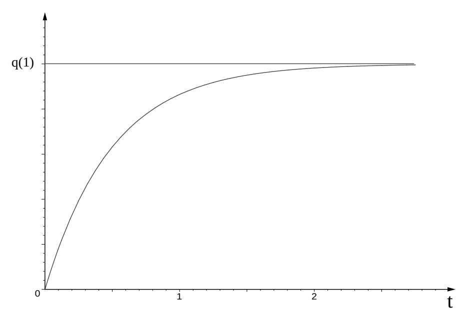
$$-U_0 + U_C + I \cdot R = 0$$

$$\left.\begin{array}{rl} U_C & = \frac{q(t)}{C} \\ I & = \frac{dq(t)}{dt} \end{array}\right\} \Rightarrow -U_0 + \frac{1}{C} \cdot q + R \cdot \dot{q} = 0$$

DGL 1. Ordnung; Lösen durch Separation der Variablen:

$$R\,dq = -U_0 + \frac{1}{C} q\,dt \Rightarrow q(t) = C \cdot U \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

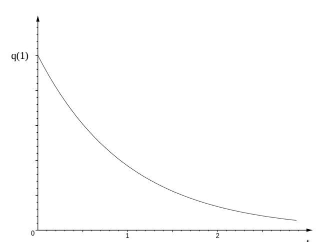
exponentieller Anstieg



$\tau = R \cdot C$ Zeitkonstante

Entladen: $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

(wie radioaktiver Zerfall)



Magnetismus: Nord- und Südpol; Permanentmagnete; NS anziehend, NN / SS abstoßend; geschlossene Feldlinien.

Kompass: Drehmoment auf Magnetnadel im Erdmagnetfeld:

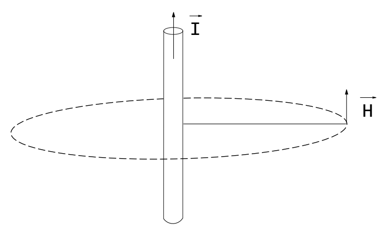
$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{H}$$

$\vec{\mu}$ = magn. Dipolmoment
$\vec{H}$ = magn. Feldstärke

Oerstedt 1820: stromdurchflossener Leiter erzeugt Magnetfeld

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

geschlossene Feldlinien



$$\oint H\ ds = \int_A j\ d\vec{A} = I_{gesamt}$$

differentiell:

$$rot\vec{H} = \vec{j}$$

Stromdichte, Durchflutungsgesetz:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dA}$$

Magentfeld einer langen Spule:

$$H = \frac{N}{l} \cdot I$$

$N =$ Windungszahl
$l =$ Länge
$I =$ Strom

4.4 Lorentzkraft

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ auf bewegte Ladungen

Kraftflussdichte:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}$$

Einheit 1 Tesla $= 1T = 1\frac{Ns}{Cm}$
$\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$ magn. Feldkonstante; $\mu_r = 1$ im Vakuum

Ladung im homogenen Magnetfeld: Kreisbewegung $r = \frac{p}{q \cdot B}$ Krümmungsradius; $\omega = \frac{v}{r} = \frac{q \cdot B}{m}$ Zyklotronfrequenz

Hall-Effekt: Elektronen werden durch Lorentzkraft nach links abgelenkt, dadurch entsteht Hall-Spannung senkrecht zum Strom

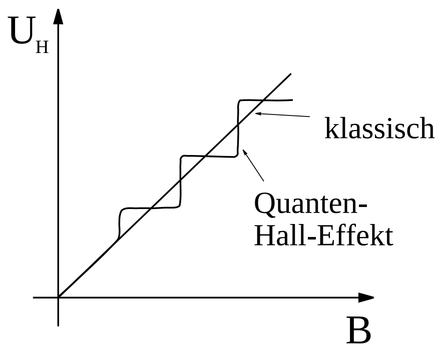
$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

$$(\text{aus } -eE_H = e \cdot v \cdot B\ )$$

$R_H = \frac{1}{n \cdot e} =$ Hall-Widerstand, $n =$ Elektronenkonzentration

Hall-Sonden zur Messung von Magnetfeldern.

Quanten-Hall-Effekt (v. Klitzing 1980, Nobelpreis 1985)



$$R_H = \frac{R_K}{n},\; n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25.812.807\Omega$$

seit 1990 Definition von Ω

Induktion (Faraday)

magn. Fluß

$$\phi_m = \int_A \vec{B}\, d\vec{A}$$

zeitlich verändertes Magnetfeld erzeugt elektrische Spannung:

$$U_{ind} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Lenz'sche Regel: Der in einem geschlossenen Kreis induzierte Strom hat eine solche Richtung, daß sein Magnetfeld der Induktionsursache entgegensteht.

allgemeines Induktionsgesetz:

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{\partial\phi_m}{\partial t}$$

Selbstinduktion:

$$\frac{dI}{dt} \to \frac{dB}{dt} \to \frac{d\phi}{dt} \to -U_{ind}$$

d.h. Änderung des Stroms bewirkt eine Gegenspannung

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

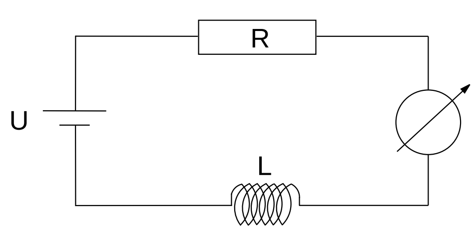
L = Induktivität, Einheit 1 Henry = $1H = 1\frac{Vs}{A}$

Spule: große ϕ_m-Änderungen, große Induktivität

$$L = \mu_0\mu_r\frac{N^2}{l}A$$

N = Windungszahl; A = Fläche; l = Länge.

LR-Glied:



Einschaltstrom $\Rightarrow U_R(t) = R \cdot I(t)$
induzierte Spannung: $U_L(t) = -L \cdot \frac{dI(t)}{dt}$

DGL:

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} - \frac{U_0}{L} = 0$$

Lösung:

$$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right)$$

Zeitkonstante:

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Entladen:

$$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right)$$

Magnetfelder in Materie: $\vec{H}$ von freien Strömen, $\vec{B}$ von freien und in Materie induzierten Strömen:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$$

$\vec{M} =$ *Magnetisierung* mit $\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$ *magnetische Suszeptibilität*

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \left(1 + \chi_m\right) \vec{H}$$

$1 + \chi_m = \mu_r$ relative Permeabilität

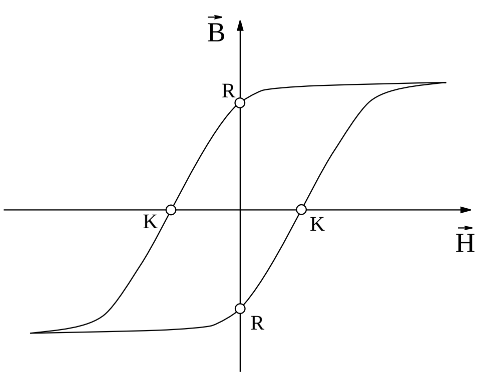
χ_m kann negativ oder positiv sein. (χ_{el} nur positiv)

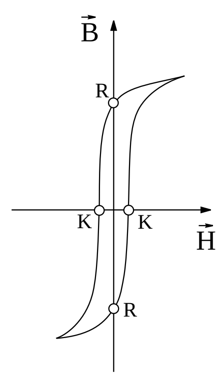
$\chi_m < 0$: *Diamagnetismus*: Kreisströme von Elektronen um Kerne werden induziert, erzeugen nach Lenz'scher Regel entgegengesetztes Magnetfeld (tritt immer auf).

$\chi_m > 0$: *Paramagnetismus*: Material besitzt bereits magnetische Dipolmomente (Elektronenspin), die durch das äußere Feld ausgerichtet werden.

Ferromagnetismus: spontane Magnetisierung durch Spin-Spin-Wechselwirkung, geht bei hoher Temperatur verloren. (Eisen, Nickel, Kobalt)

Hysteresis-Kurve: Die erste Grafik zeigt die Hysteresesschleife bei hartmagnetischem Material (z.B. Stahl); die zweite Grafik bei weichmagnetischem Eisen; die hartmagnetischen Stoffe haben eine hohe Koerzitivfeldstärke (K). (R) gibt die Remanenz an.





Energie des Magnetfeldes einer Spule:

$$W = \frac{1}{2}LI^2$$

Energiedichte des Magnetfeldes:

$$w = \frac{dw}{dv} = \frac{1}{2}HB$$

4.5 Wechselstromkreis

Generator / Motor: Leiterschleife im Magnetfeld

$$U(t) = U_{max} \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

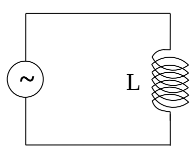
Ohmscher Widerstand:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = I_0 \cdot \sin(\omega t + \alpha)$$

Induktiver Widerstand:

$$I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$$

Blindwiderstand $X = \omega L$



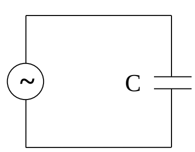
$U(t) = L\frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow$ Strom hinkt um $\frac{\pi}{2}$ hinterher.

$$\Rightarrow I(t) = I_0 \cdot \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -I_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

Kapazitiver Widerstand:

$$I_0 = U_0 \cdot \omega C$$

Blindwiderstand $X = \frac{1}{\omega C}$



$U(t) = \frac{Q(t)}{C}$; $I(t) = \frac{dQ}{dt}$ Strom eilt Spannung um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

$$\Rightarrow I(t) = I_0 \cdot \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

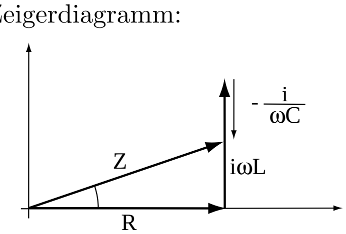
Komplexe Darstellung $e^{i\omega t}$. Phasenverschiebung um $\frac{\pi}{2}$ entspricht Multiplikation mit i:

$$e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} = e^{i\omega t} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = e^{i\omega t} \cdot i$$

Wechselstromwiderstand:

$$Z = \text{ Impedanz } = R + i \cdot X = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Zeigerdiagramm:



$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom:

$$\tan\beta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Effektivspannung

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Effektivstrom

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Wirkleistung

$$P_W = \frac{1}{T}\int\limits_0^T U(t)\;dt = U_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\cos\beta$$

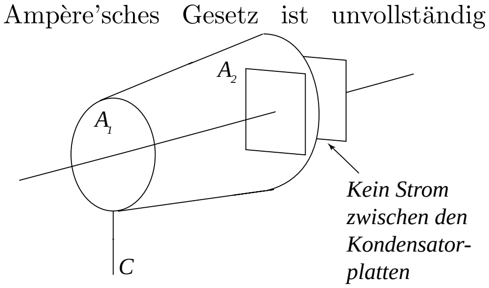
Blindleistung

$$P_B = U_{eff}\cdot I_{eff}\cdot\sin\beta$$

Scheinleistung

$$P_S = U_{eff}\cdot I_{eff}$$

Ampère'sches Gesetz ist unvollständig im unterbrochenen Stromkreis (mit Kondensator).



$$\mu_0 \iint\limits_{A_1} \vec{j}\;d\vec{A} = \oint\limits_C \vec{B}\;d\vec{l} \neq \mu_0 \iint\limits_{A_2} \vec{j}\;d\vec{A} = 0$$

Maxwell: führe Verschiebungsstrom $I_V = \varepsilon_0 \frac{d\phi_{el}}{dt}$ ein, um Inkonsistenz zu eliminieren:

$$\oint\limits_A \vec{B}\;d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\phi_{el}}{dt}$$

Maxwell'sche Gleichungen: Dynamik aller elektrischen und magnetischen Phänomene:

$rot\ \vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{D}}$	Änderungen von elektrischen Feldern sowie elektrischen Strom erzeugen magnetische Wirbelfelder.	$\oiint \vec{H}\, d\vec{l} = \oint_A (\vec{j} + \dot{\vec{D}})\, d\vec{A}$
$rot\ \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$	Änderungen von Magnetfeldern erzeugen elektrische Wirbelfelder	$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\iint_A \dot{\vec{B}}\, d\vec{A}$
$div\ \vec{D} = \varrho$	Elektrische Ladungen sind die Quellen des elektrischen Feldes	$\oiint \vec{D}\, d\vec{A} = Q$
$div\ \vec{B} = 0$	Es gibt keine magnetischen Ladungen	$\oiint \vec{B}\, d\vec{A} = 0$
zusätzlich:	2 Materialgleichungen:	$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

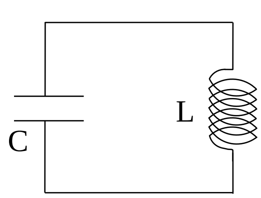
Elektrische und magentische Phänomene sind vollständig verkoppelt: **eine** Wechselwirkung (elektromagnetisch).
Maxwell'sche Gleichungen sagen Existenz von elektromagnetischen Wellen vorher, die von Heinrich Hertz in Karlsruhe entdeckt worden sind.

Elektrischer Schwingkreis: DGL 2.Ordnung ⇒ Schwingungsgleichung:
Lösung:

$$I(t) = I_0 \sin \omega t$$

mit:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}\ ;\ U(t) = U_0 \cos \omega t$$



$$U(t) = \frac{1}{C} Q(t) + L \cdot \frac{dI}{dt} = \text{const.}$$

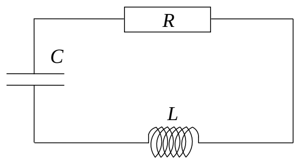
$$\Rightarrow \frac{d^2 I}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot I(t) = 0$$

Energie wird von elektrischer Energie im Kondensator $\frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$ in magnetische Energie in der Spule $\frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$ umgewandelt und umgekehrt.

4.6 Gedämpfte Schwingungen

Pendel mit Reibung $m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$

LCR-Kreis



$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{CL}I = 0$$

allgemein:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Lösungen je nach ω_0 und β:

Schwingfall: $\omega_0 > \beta$:

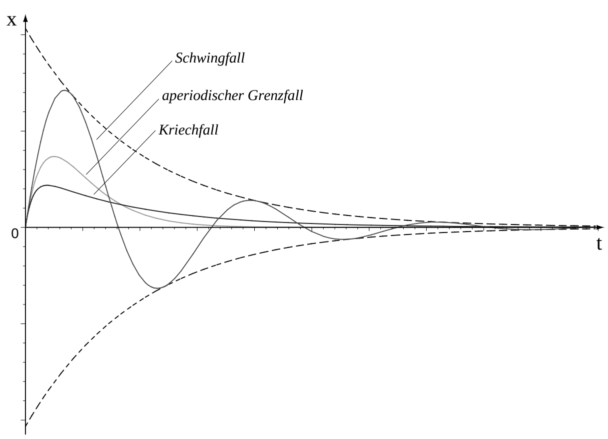
$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

Aperiodischer Grenzfall: $\omega_0 = \beta$:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\beta t}$$

Kriechfall: $\omega_0 < \beta$

$$x = A_1 e^{-(\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t} + A_2 e^{-(\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t}$$



zum Schwingfall: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ Dämpfung vermindert Eigenfrequenz.
LCR-Kreis: $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$; $\beta = \frac{R}{2L}$
Amplitude nimmt immer ab, Energie geht als Wärme im Widerstand R verloren.

4.7 Erzwungene Schwingungen

Wie oben, aber äußere, harmonische Kraft um Schwingung aufrecht zu erhalten:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega_F t$$

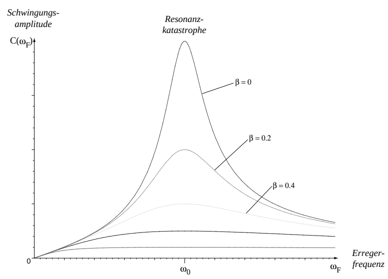
Inhomogene DGL 2.Ordnung. Lösung: Summe aus allgemeiner Lösung der homogenen DGL (siehe oben) (= 0 für grosse t - Einschwingen) plus partikuläre Lösung der inhomogenen DGL.

Ansatz:

$$x(t) = C \cdot \cos(\omega_F t - \alpha)$$

Schwingung mit externer Frequenz ω_F, mit Amplitude C und Phasenverschiebung α.

Untersuchung von C: Amplitude als Funktion von ω_F:



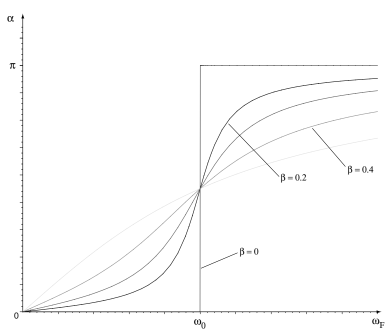
Resonanz bei

$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2\beta}{\omega_0}\right)^2}$$

Für kleines β tritt Resonanzkatastrophe ein, die Amplitude C wird sehr gross.

$$C(\omega_F) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_F^2)^2 + 4\beta^2\omega_F^2}}$$

Untersuchung von α: Phasenverschiebung als Funktion von ω_F:



$$\tan\alpha = \frac{2\beta\omega_F}{\omega_0^2 - \omega_F^2}$$

Phasensprung um π bei Resonanzfrequenz, aufgeweicht durch Dämpfungssystem.

4.8 Überlagerung von Schwingungen

gleiche Richtung: $x_1 = A\cos\omega_1 t$ $\quad$ $x_2 = A\cos\omega_2 t$

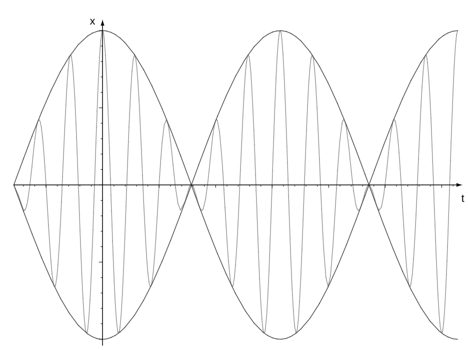
$x = x_1 + x_2$ $\quad$ $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega$

$\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega$

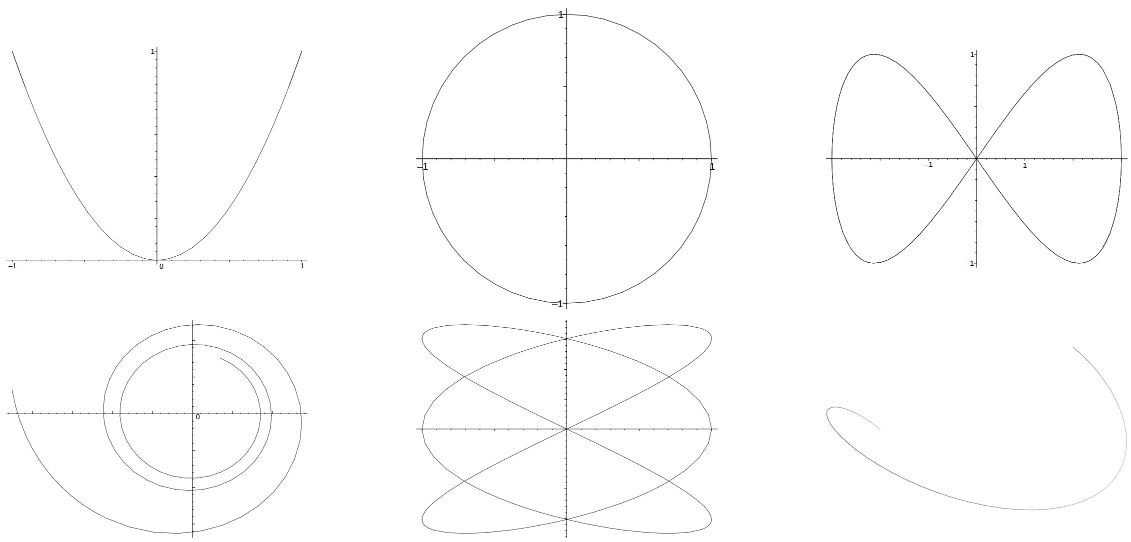
Additionstheorem:

$$x = 2A \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right)}_{(1)} \underbrace{\cos\omega t}_{(2)}$$

(1) ist die Schwebungsfrequenz,
(2) die Schwingung.



senkrecht: Lissajous-Figuren



Kapitel 5

Thermodynamik

Temperatur: Maß für ungeordnete mittlere kinetische Energie
Maßeinheiten: $1°C$ (Celsius), $1°F$ (Fahrenheit), $1K$ (Kelvin) absolute Temperatur.
Messung z.B. durch Wärmeausdehnung:

Festkörper:

$$l = l_0(1 + \alpha T)$$

$$V = V_0(1 + \beta T)$$

$\alpha \approx 10^{-5} K^{-1}$; $\beta = 3\alpha$

Flüssigkeiten: $\beta = 10^{-4} K^{-1}$; z.B. Quecksilberthermometer

5.1 Kinetische Gastheorie

Ideale Gase:

$$\frac{p \cdot V}{T} = const.$$

p = Druck; V = Volumen; T = Temperatur in K.
1 mol entspricht Molekulargewicht in Gramm. Entspricht $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ Teilchen (Avogadro-Zahl).
Zustandsgleichung:

$$pV = \mu RT$$

μ = Anzahl der Mole; R = universelle Gaskonstante $= 8,3144\ J/(mol \cdot K)$
Stochastische Bewegung der Gasmoleküle im Volumen und elastische Stöße mit den Wänden erzeugen Kraft / Fläche, also Druck:

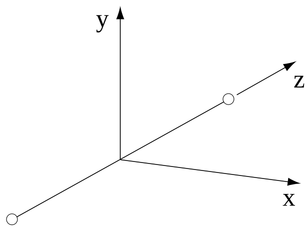
$$p \cdot V = \frac{N}{3} m\overline{v^2} = \frac{2}{3} N \cdot \overline{E_{kin}}$$

$\overline{v^2}$ = mittlere quadratische Geschwindigkeit
N = Anzahl der Moleküle ($\mu \cdot N_A$)
m = Masse
$\overline{E_{kin}}$ = mittlere kinetische Energie
Vergleich mit Zustandsgleichung:

$$\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

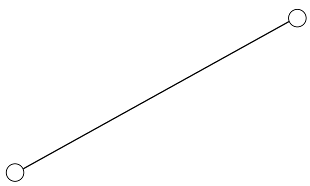
wobei $k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}\ JK^{-1}$ die Boltzmann-Konstante ist.
Gleichverteilungssatz: Thermische Energie verteilt sich gleichmäßig auf alle seine **Freiheitsgrade** f; auf jeden entfällt der Anteil $\frac{1}{2}k_B \cdot T$.
Es gibt 3 Translations-Freiheitsgrade (Bewegung in $x, y, z-$Richtung)

Rotations-Freiheitsgrade (0 für Atome, 2 für 2−atomige Moleküle, 3 für komplizierte Moleküle)



Rotation um x, y, kein Trägheitsmoment um $z-$Achse, daher $E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2 = 0$ für 2−atomiges Molekül.

Schwingungs-Freiheitsgrade (z.B. 2 in 2−atomigem Molekül)



2 wegen Aufteilung in kinetische und potentielle Energie.

Rotationen und Schwingungen können erst bei höheren Temperaturen angeregt werden (Quantenmechanischer Effekt).

5.2 Statistische Verteilung:

Boltzmann-Verteilung

$$W(E)\ dE \propto e^{-\frac{E}{kT}}\ dE$$

z.B. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung

$$f(v)\ dv \propto v^2 \left(\frac{m}{kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\ dE$$

$\longrightarrow$ Glockenkurven, $v_{max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$.
Quantenmechanik: diskrete Energien E_i, Besetzungswahrscheinlichkeit $P_i = c \cdot e^{-\frac{E_i}{kT}}$
Zustandsgrösse: hängt nur vom Anfangs- und Endzustand ab als unvollständiges Differential beschreibbar

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}\ dx + \frac{\partial F}{\partial y}\ dy$$

Bsp.: U, p, V, T.
Prozessgrösse: hängt von Art der Prozessführung ab; z.B. W, Q, S.
Innere Energie U**:** gesamte in der Wärmebewegung gespeicherte Energie.
Wärme δQ geht vom Körper mit hoher Temperatur T_1 auf Körper mit niedriger Temperatur T_2 über:

$$\delta Q = C \cdot\ dT = m \cdot c \cdot\ dT$$

C =Wärmekapazität, c =spezifische Wärmekapazität.

Mischungstemperatur T_x:

$$\delta Q_1 = \delta Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 (T_1 - T_x) = m_2 c_2 (T_x - T_2)$$

Innere Energie lässt sich auch durch Verrichten von Arbeit W gewinnen:

$$\delta W = -F\, ds = -p \cdot A \cdot\, ds = -p\, dV$$

5.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

(Energieerhaltung): Die einem System zugeführte Wärme δQ plus die am System verrichtete Arbeit δW ergeben die Änderung der Inneren Energie U:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

oder: In einem abgeschlossenen System ist dU konstant. Es können sich aber verschiedene Energieformen ineinander umwandeln: $\delta Q = -\delta W$ im Kreisprozess (periodisch arbeitende Maschine).

oder: Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die mehr Arbeit verrichten kann, als ihr Energie zugeführt wird (Perpetuum mobile erster Art).

$$U = N \cdot \overline{E_{kin}} = N \cdot f \cdot \frac{k_B T}{2}$$

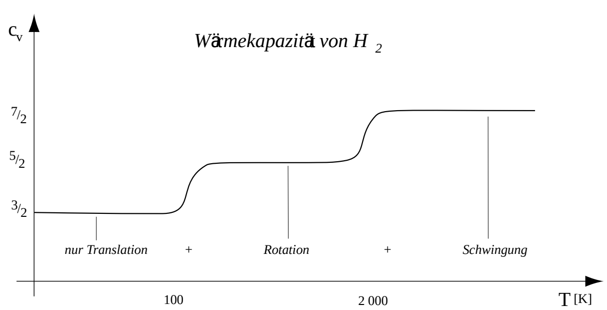
hängt nur von T, nicht von V ab.

Bei Gasen muss man zwischen c_v (mit $dV = 0$) und c_p (mit $dp = 0$) unterscheiden: $dV = 0$: $dU = dQ$;

$$U = c_v \cdot T = \frac{f}{2}\mu R T \Rightarrow c_v = \frac{f}{2}\mu R$$

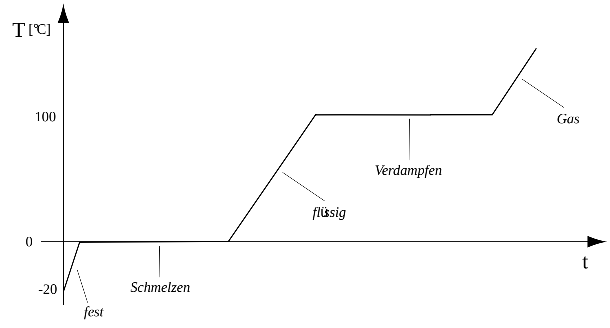
$$c_p = \frac{dU}{dT} + p \cdot \frac{dV}{dT} = \frac{f}{2}\mu R + \mu R = \frac{f+2}{2}\mu R$$

$$c_p - c_v = \mu R$$



Bei niedrigem T „frieren“ erst Schwingungen, dann auch Rotationsfreiheitsgrade ein $\Rightarrow$ quantenmechanischer Effekt.

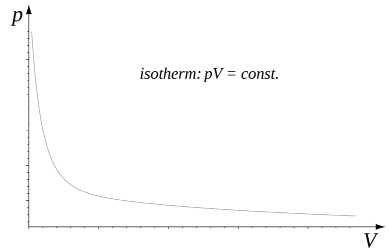
Phasenübergänge: Zwischen *Aggregratzuständen* fest-flüssig-gasförmig während des Phasenübergangs ändert sich T nicht, aber potentielle Energie, weil anziehendes Potential überwunden werden muss.



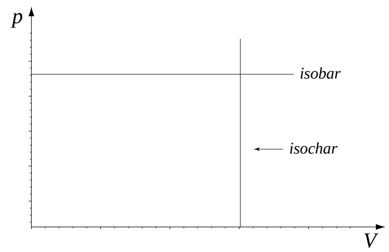
latente Wärme: bei konst. T nötiges δQ zum vollständigen Schmelzen.

Zustandsänderung idealer Gase:

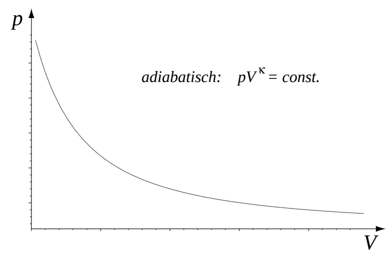
isotherm: Hyperbeln im $p - V-$Diagramm. $\delta T = 0$; $p = \frac{\mu RT}{V}$; $W = \int p\, dV = \mu RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$



isobar: $\delta p = 0$; $W = p \cdot (V_1 - V_2)$
isochar: $\delta V = 0$; $W = 0$



adiabatisch: ohne Wärmeaustausch (gut isoliert oder sehr schnell) = reversibel. $\delta Q = 0$; $\Rightarrow p \cdot V^{\kappa} = const.$, mit $\kappa =$ Adiabatenkoeffizient, $\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f+2}{f}$



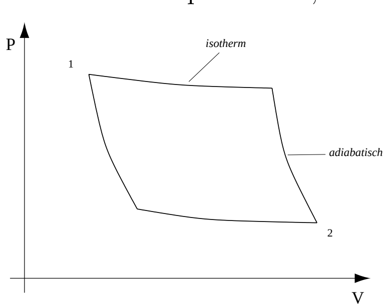
5.4 Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik:

Man kann Wärme nicht vollständig in Arbeit umwandeln; Wärme geht nicht spontan vom kälteren zum wärmeren Körper über; man kann keinen Kreisprozess realisieren, der einen höheren Wirkungsgrad als der *Carnot-Kreisprozess* hat; von selbst laufen nur Prozesse ab, bei denen die Entropie nicht abnimmt (es gibt kein perpetuum mobile 2.Art).

Wirkungsgrad:

$$\varepsilon = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{|Q_K| \longleftarrow \text{ an kaltes Reservoir abgegebenes } Q}{|Q_W| \longleftarrow \text{ vom warmen R. aufgenommenes } Q}$$

Carnot-Kreisprozess: Sadi Carnot machte im 19. Jhdt. Aussagen über den Wirkungsgrad von Maschinen. Er glaubte, dass keine Maschine existiert, die alle Wärme in mechanische Energie umwandeln könne. Der maximale Wirkungsgrad, den eine Maschine erreichen kann, hängt von der Differenz der höchsten und tiefsten Temperatur ab, die in einem Zyklus erreicht wird.

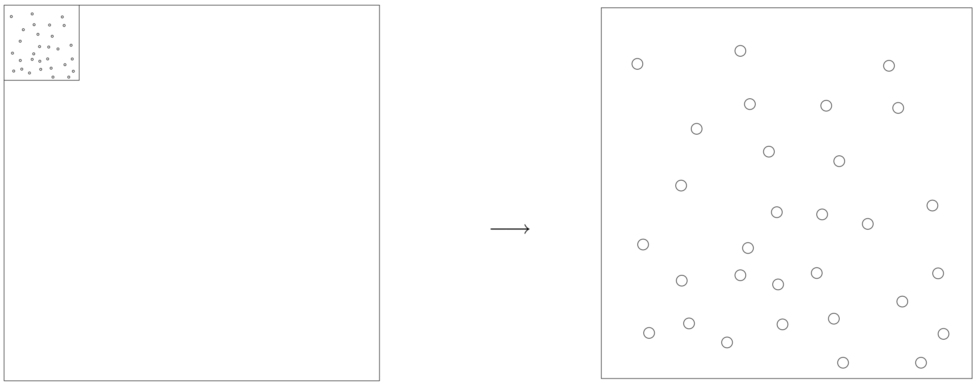


optimaler Wirkungsgrad: $\varepsilon_c = 1 - \frac{T_K}{T_W}$
Reversibel = umkehrbar: Entropie S konstant

Entropie als Maß für Unordnung:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{irev}}{T} \geq 0$$

$$\Delta S = k_B \cdot \ln P$$



grosse Ordnung; kleine Wahrscheinlichkeit P

kleine Ordnung; viele Möglichleiten; grosses P

5.5 Dritter Hauptsatz der Thermodynamik:

Es ist unmöglich, T auf den absoluten Nullpunkt zu senken: $T = 0$: Keine Bewegung, totale Ordnung $\Rightarrow S = 0$
$T > 0 \Rightarrow s > 0$.

Index

Äquipotentialflächen, 9

Corioliskraft, 10
Coulomb, Gesetz, 12
Coulombkräfte, 8

de Moivre, Satz von, 5
Dichte, 9
Dielektrizitätskonstante, 12
Differentialgleichung, 6
Drehimpuls, 9
Drehmoment, 9

Elementarladung, 12

Feldstärke, el., 12
Fluss, el., 12
Foucoultsches Pendel, 10
Freiheitsgrade, 9

Gauß, Satz, 12
Gravitation, 8
Gravitationskonstante, 11
Gravitationskraft, 11

Hook, Gesetz, 8

Impuls, 7
impulserhaltung, 8

Kapazität, 13
Keplersche Gesetze, 10
Kernkräfte, 7
Komplexe Zahlen, 4
Kugelkondensator, 13
Kugelkoordinaten, 10
Kurvenintegral, 8

Ladungsdichte, 12
Laplace-Gleichung, 13
Leistung, 9

Maxwell, 12

Newton, Axiome, 7
Newton, Gesetz, 8

Ohmsches Gesetz, 14

Plattenkondensator, 13
Polarkoordinaten, 5
Potential, 8

Quarks, 12

Scheinkräfte, 10
Spannung, el., 12
starrer Körper, 9
Steinerscher Satz, 10
Suszeptibilität, 14

Trägheitsmoment, 10

Wechelswirkung, schwache, 8
Wechselwirkung, e.m., 8
Wechselwirkung, starke, 7
Winkelgeschwindigkeit, 4

Zentrifugalkraft, 10
Zentripetalkraft, 10, 11
Zylinderkoordinaten, 10

Abbildungsverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] Tipler, Paul A., *Physik*, spektrum-Verlag

[2] Stehlow, Reinhard, *Grundzüge der Physik*, vieweg Verlag